Übung 1. *Galilei-Gruppe*

Zeige, dass die Galilei-Transformationen

$$\mathbf{x}' = R\mathbf{x} + \mathbf{v}t + \mathbf{b}, \qquad \big(R \in O(3),\ \mathbf{v}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^3\big) \tag{1}$$

$$t' = \pm t + a, \qquad \big(a \in \mathbb{R}\big) \tag{2}$$

eine Gruppe bilden.

Übung 2. *Galileiinvarianz*

Betrachte ein mechanisches System von N Massenpunkten im $\mathbb{R}^3$, dessen Galilei-invariantes Kraftgesetz von der Form

$$m_i \ddot{\mathbf{x}}_i = -\nabla_{\mathbf{x}_i} V(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_N)\ , \qquad i = 1, \ldots, N\ , \tag{3}$$

ist.

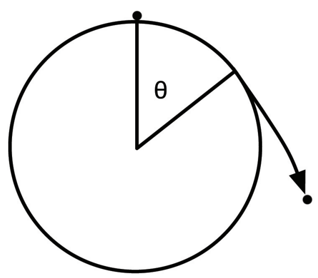
(a) Betrachte den Fall zweier ($N = 2$) Massepunkte, die zur Anfangszeit in Ruhe sind. Zeige, dass die Bewegung der beiden Punkte in der Geraden verläuft, die die Anfangslagen enthält.

(b) Wie sieht die entsprechende Behauptung für drei ($N = 3$) Massepunkte aus?

(c) Zeige, dass man für zwei Massepunkte (die zur Anfangszeit nicht notwendigerweise in Ruhe sind) immer ein Inertialsystem finden kann, in dem die Bewegung in einer Ebene verläuft.

Übung 3. *Newton'sche Mechanik*

Ein Massenpunkt befindet sich exakt auf dem Nordpol einer Kugel. Ein "infinitesimaler Stoss" (Impulsübertrag durch Stoss kann vernachlässigt werden) lässt den Massenpunkt reibungsfrei die Kugeloberfläche hinuntergleiten. Unter welchem Azimutwinkel θ hebt der Massenpunkt von der Kugeloberfläche ab?



Bemerkung: Später in der Vorlesung werden wir den "Lagrange-Formalismus" kennenlernen. Mit diesem lässt sich diese Übung sehr viel einfacher lösen.