Thermodynamik
Serie 2

Aufgabe 2.1 Ideales Gas: Maxwell-Relation

a) Berechne die innere Energie U als Funktion von S und V explizit für das ideale Gas und verifiziere die Beziehung

$$\left.\frac{\partial T}{\partial V}\right|_S = -\left.\frac{\partial p}{\partial S}\right|_V .$$

Dieser Zusammenhang der partiellen Ableitungen ist ein Beispiel für eine Maxwell Relation.

Wir werden in Kapitel 4 und 5 sehen, dass der Zusammenhang dieser partiellen Ableitungen von allgemeiner Natur ist.

b) Aus der Vorlesung sind die Relationen

$$\begin{aligned} \mathrm{d}U &= \delta Q - \delta W, \\ \delta Q &= C_V \mathrm{d}T, \\ \delta W &= p\,\mathrm{d}V, \end{aligned}$$

bekannt. Daraus folgt in scheinbar trivialer Weise

$$\left.\frac{\partial U}{\partial V}\right|_T = -p,$$

was falsch ist, wie man am Beispiel des idealen Gases sofort sieht, da dort $U(T,V) = U(T)$ unabhängig von V ist. Wo steckt der Fehler?

Finde darüber hinaus den richtigen Ausdruck für $\partial U/\partial V|_T$ im allgemeinen Fall, ausgedrückt als Funktion der Zustandsvariablen p, V und T, und zeige, dass dieser beim idealen Gas verschwindet.

Wir sehen in der obigen Aufgabe, dass die thermische und die kalorische Zustandsgleichung über einen differentiellen Zusammenhang verknüpft sind, die genaue Form dieser Verknüpfung sollte man sich einprägen.

Aufgabe 2.2 Zustandsgleichung magnetischer Substanzen

Ein isotropes magnetisches Material befinde sich im Inneren einer langen Spule, die ein homogenes Feld $\mathbf{H}$ erzeugt. Die reversible Arbeit, bezogen auf ein Einheitsvolumen, ist dann gleich

$$\delta W = -H\mathrm{d}M,$$

wobei M die Magnetisierung ist. Wegen der Isotropie des Mediums und der daraus folgenden Parallelität von $\mathbf{H}$ und $\mathrm{d}\mathbf{M}$ können wir das Skalarprodukt $\mathbf{H}\cdot\mathrm{d}\mathbf{M}$ auf die Multiplikation der Beträge H und $\mathrm{d}M$ reduzieren.

a) Welcher Zusammenhang besteht zwischen der thermischen und der kalorischen Zustandsgleichung, d.h. zwischen $M = M(T, H)$ und $U = U(T, H)$?

b) Die thermodynamische Zustandsgleichung einer idealen paramagnetischen Substanz sei gegeben durch das Curie-Gesetz,

$$M = k\,\frac{H}{T},$$

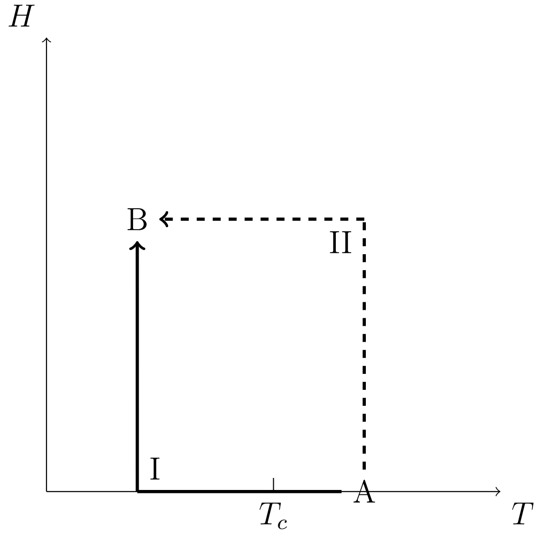
wobei k konstant sei. Zeige, dass U nur von T abhängt, d.h. $U(T, H) = U(T)$.

Das Curie-Gesetz ist das magnetische Pendant zur idealen Gasgleichung.

c) Bestimme die Adiabatengleichung für dieses System, falls sich die innere Energie als $U = C_M T$ mit einer konstanten Wärmekapazität C_M schreiben lässt.

Aufgabe 2.3 Idealer Leiter und Supraleiter

Für einen idealen Leiter gilt, dass der Widerstand ρ für $T < T_c$ verschwindet. Betrachte die zwei Prozesse I und II, die von A nach B führen (siehe Diagramm), für einen idealen nichtmagnetischen Leiter:



I: Eine Probe wird unter T_c gekühlt und ein Magnetfeld danach eingeschaltet.

II: Ein Magnetfeld wird zuerst eingeschaltet und die Probe danach unter T_c gekühlt.

a) Zeichne für beide Prozesse die Magnetfeldlinien innerhalb der Probe nach Durchlaufen eines Prozesses.
Hinweis: Leite ausgehend vom Ohmschen Gesetz $\mathbf{E} = \rho\,\mathbf{j}$ mit Hilfe des Faraday'schen Gesetzes $\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}/c$ das Verhalten des Magnetfeldes in der Probe her.

b) Begründe, warum die Magnetisierung $4\pi\,\mathbf{M} = \mathbf{B} - \mathbf{H}$ keine Zustandsgrösse ist. Kann man in diesem Fall für $T < T_c$ von einem thermodynamischen Zustand sprechen?

c) Ein Supraleiter ist für $T < T_c$ mehr als ein idealer Leiter. Der supraleitende Zustand ist ein echter thermodynamischer Zustand. Wie muss sich daher der Supraleiter von einem idealen Leiter unterscheiden?

Aufgabe 3 illustriert den thermodynamischen Unterschied zwischen einem idealen Leiter und einem Supraleiter. Historisch gesehen war diese Diskussion bis zur Entdeckung des Meissner-Ochsenfeld-Effekts gut 20 Jahre nach Entdeckung der Supraleitung eines der grossen Rätsel der Festkörperphysik.