Thermodynamik
Serie 2

Aufgabe 2.1 Ideales Gas: Maxwell-Relation

1. Zeige explizit für das ideale Gas, dass

$$\left.\frac{\partial T}{\partial V}\right|_S = - \left.\frac{\partial p}{\partial S}\right|_V . \tag{1}$$

Finde dazu zuerst den Ausdruck für die innere Energie U des idealen Gases als Funktion der Entropie S und des Volumens V. Bestimme des weiteren die in Glg. (1) gesuchten Grössen als Funktion der Zustandsvariablen p, V und T.

Wir werden in Kapitel 4 und 5 sehen, dass (1) *ein allgemeines Resultat ist. Siehe insbesondere (4.32).*

2. Aus der Vorlesung sind die Relationen

$$\begin{aligned} \mathrm{d}U &= \delta Q - \delta W, \\ \delta Q &= c_V \mathrm{d}T, \\ \delta W &= p\mathrm{d}V, \end{aligned}$$

bekannt. Daraus folgt in scheinbar trivialer Weise

$$\left.\frac{\partial U}{\partial V}\right|_T = -p ,$$

was falsch ist, wie man am Beispiel des idealen Gases sofort sieht, da dort $U = U(T)$ unabhängig von V ist. Wo steckt der Fehler?

Finde darüber hinaus den richtigen Ausdruck für $\partial U/\partial V|_T$ im allgemeinen Fall, ausgedrückt als Funktion der Zustandsvariablen p, V und T, und zeige, dass dieser beim idealen Gas verschwindet.

Wir sehen in der obigen Aufgabe, dass die thermische und die kalorische Zustandsgleichung verknüpft sind, die genaue Form dieser Verknüpfung sollte man sich einprägen.

Aufgabe 2.2 Zustandsgleichung magnetischer Substanzen

Ein isotropes magnetisches Material befinde sich in einer langen Spule. Darin ist das Feld $\vec{H}$ homogen und identisch mit dem Magnetfeld $\vec{B}_0$ in Abwesenheit des Materials. Die reversible Arbeit, bezogen auf ein Einheitsvolumen, ist dann gleich

$$\delta W = -H dM , \tag{2}$$

wobei M die Magnetisierung ist. Wegen der Isotropie entfällt der Vektorcharakter.

1. Welcher Zusammenhang besteht zwischen der thermischen und der kalorischen Zustandsgleichung, $M = M(T, H)$ und $U = U(T, H)$?

2. Eine paramagnetische Substanz erfüllt das Curie-Gesetz,

$$M = k \cdot \frac{H}{T}, \tag{3}$$

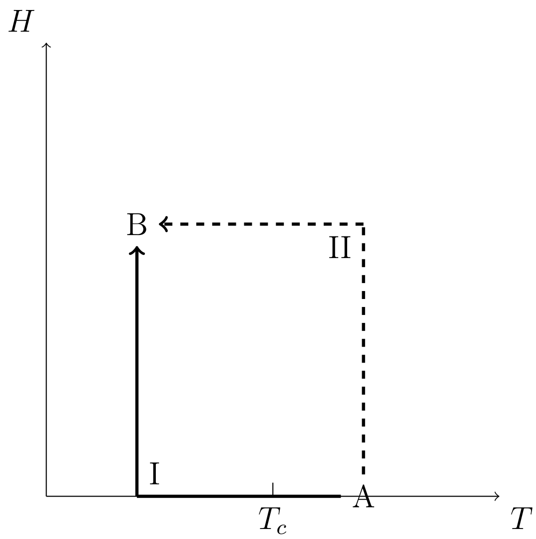
mit einer Konstanten k. Zeige, dass U nur von T abhängt.

Das Curie-Gesetz übernimmt in diesem System die Rolle der idealen Gasgleichung und ist wie diese linear. Vergleiche das Curie-Gesetz in der Form $Nm = \kappa HV/T$ (N: Anzahl Teilchen, m: Magnetisierung eines Teilchens, V: Volumen) mit der idealen Gasgleichung.

3. Bestimme die Adiabatengleichung für dieses System, falls $U = C_M T$ mit der konstanten Wärmekapazität C_M.

Aufgabe 2.3 Idealer Leiter und Supraleiter

Für einen idealen Leiter gilt, dass der Widerstand ρ für $T < T_c$ verschwindet. Betrachte die zwei Prozesse I und II von A $\rightarrow$ B (siehe Graphik) für einen idealen Leiter:



I: Eine Probe wird unter T_c gekühlt und ein Magnetfeld danach eingeschaltet.

II: Ein Magnetfeld wird zuerst eingeschaltet und die Probe danach unter T_c gekühlt.

1. Zeichne für beide Prozesse die Magnetfeldlinien innerhalb der Probe nach Durchlaufen eines Prozesses.
   Hinweis: Leite ausgehend vom Ohmschen Gesetz $\vec{E} = \rho\vec{j}$ mit Hilfe des Faraday'schen Gesetzes $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\dot{\vec{B}}$ das Verhalten des Magnetfeldes in der Probe her.

2. Begründe, warum die Magnetisierung $\vec{M} = \frac{1}{4\pi}\vec{B} - \vec{H}$ keine Zustandsgrösse ist.

3. Ein Supraleiter ist für $T < T_c$ nicht nur ein idealer Leiter, sondern zudem ist der supraleitende Zustand ein echter thermodynamischer Zustand. Wie muss sich daher der Supraleiter vom idealen Leiter unterscheiden?

Aufgabe 3 illustriert den thermodynamischen Unterschied zwischen einem idealen Leiter und einem Supraleiter.