Quantenmechanik I
Serie 1

Exercise 1.1 Hohlraumstrahlung

(a) Zeige, dass die Hohlraumstrahlung als ein System unendlich vieler ungekoppelter harmonischer Oszillatoren beschrieben werden kann. Der Einfachheit halber betrachte man einen Kubus der Seitenlänge L mit periodischen Randbedingungen. Berechne die spektrale Dichte $n(\omega)$ der Oszillatoren,

$$n(\omega) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3}. \tag{1}$$

(b) Das Wien'sche Verschiebungsgesetz sagt, dass die spektrale Energiedichte die Form

$$u(\omega, T) = \omega^3 f(\frac{\omega}{T}) \tag{2}$$

hat. Zeige, dass u für festes T bei einer Frequenz ω_* maximal wird, wo

$$\omega_* = bT. \tag{3}$$

Exercise 1.2 Stefan-Boltzmann Gesetz

Ausgehend von der Aufteilung des Maxwell'schen Spannungstensors

$$T_{ik} = p\delta_{ik} + T^0_{ik} \tag{4}$$

in eine diagonale Komponente proportional zum Strahlungsdruck p und eine spurlose Komponente T^0, leite man die Zustandsgleichung

$$3p = u \tag{5}$$

her, mit $u = \frac{1}{2}(E^2 + B^2)$ der Energiedichte des elektromagnetischen Feldes.

Mit Hilfe der ersten zwei Hauptsätze der Thermodynamik, $dU = \delta Q - pdV$ und $\delta Q = TdS$, sowie (5) findet man das Stefan-Boltzmann Gesetz

$$u \propto T^4. \tag{6}$$

Exercise 1.3 Compton Effekt

Ein Photon mit Wellenlänge λ kollidiert mit einem Elektron der Masse m (anfänglich in Ruhe) und wird um einen Winkel θ abgelenkt. Die Wellenlänge nach der Kollision sei λ'. Man benütze die Energie- und Impulserhaltung um folgende Beziehung zwischen $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ und θ herzuleiten

$$\Delta\lambda = h^2 \frac{2\sin^2(\theta/2)}{mc}. \tag{7}$$