Übungsserie 9

Abgabe: 11. Mai 2012

Aufgabe 1 [*Nicht-kommutierende Observablen*]: Ein quantenmechanisches System wird durch einen zwei-dimensionalen Hilbertraum beschrieben, auf dem der zugehörige Hamiltonoperator durch die hermitesche Matrix

$$H = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix}$$

wirkt. Eine andere physikalische Observable wird durch die hermitesche Matrix

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

beschrieben.

(i) Was sind die möglichen Messergebnisse für die Observable R?

(ii) Zur Zeit $t = 0$ wird die Observable R gemessen und der Wert $R = +1$ gefunden. Danach wird das System nicht weiter gestört, und nach der Zeit T wird wiederum R gemessen. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass dann wiederum $R = +1$ gefunden wird?

Aufgabe 2 [*Unschärferelation*]: Betrachte ein Teilchen, welches sich entlang einer Dimension im harmonischen Potential $V(x) = \frac{1}{2}kx^2$ mit $k > 0$ bewegt. Drücke den Erwartungswert der Energie $\langle E \rangle$ durch $\langle x \rangle$, $\langle p \rangle$, Δx und Δp aus. Zeige weiter mit Hilfe der Unschärferelation $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$, dass

$$\langle E \rangle \geq \frac{\hbar}{2} \left(\frac{k}{m} \right)^{1/2} .$$

Es existiert also eine untere Schranke für die Energie.

Aufgabe 3 [*Harmonischer Oszillator im externen Feld*]: Ein Teilchen bewege sich entlang einer Dimension im Potential

$$V(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 + ex .$$

Zeige, dass die Energieeigenwerte E_n durch

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega - \frac{e^2}{2m\omega^2}$$

gegeben sind.