Übungsserie 1

Abgabe: 12. März 2010

Aufgabe 1 [*Elektrische Feldstärke in einer Hohlkugel*]:

Eine geladene Kugel mit homogener Ladungsdichte ρ und Radius R_A enthalte einen um den Vektor $\mathbf{a}$ gegen den Mittelpunkt verschobenen, kugelförmigen Hohlraum mit Radius R_I. Berechne die elektrische Feldstärke im Hohlraum ($R_I + |\mathbf{a}| < R_A$).

Hinweise: Verwende das Gauss'sche Gesetz sowie das Superpositionsprinzip zur Berechnung der elektrischen Feldstärke.

Aufgabe 2 [*Induzierte Oberflächenladung auf einer Ebene*]:

Eine Punktladung q befinde sich im Abstand a vor einer leitenden, geerdeten, unendlich ausgedehnten Ebene. Man bestimme die Flächenladungsdichte $\sigma(\mathbf{r})$ und die Gesamtladung Q auf der Ebene.

Hinweise: Verwende das Prinzip der Spiegelladung zur Berechnung des elektrischen Feldes.

Aufgabe 3 [*Leitende Kugel im elektrischen Feld*]:

Eine leitende Kugel, auf der die Gesamtladung Q sitzt, wird in ein homogenes elektrisches Feld $\mathbf{E}^0 = E_0\mathbf{e}_3$ gebracht. Wie verändert sich das elektrische Feld durch die Anwesenheit der Kugel? Wie ist die Ladung auf der Oberfläche der Kugel verteilt?

Hinweise: Motiviere den folgenden Ansatz in Kugelkoordinaten

$$\Phi = f_0(r) + f_1(r)\cos\theta\,, \tag{1}$$

und löse die Poisson-Gleichung $\Delta\Phi = 0$ mit dem Laplace Operator

$$\Delta\Phi(r,\theta,\phi) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\cdot\frac{\partial^2\Phi}{\partial\phi^2}\,. \tag{2}$$

Benutze anschliessend die Randbedingungen, um die gesuchte Lösung zu finden:

- Weit weg von der Kugel soll nur das homogene Feld übrig bleiben.
- Die Oberfläche der leitenden Kugel muss Äquipotentialfläche sein.
- Das elektrische Feld muss das Gauss'sche Gesetz erfüllen.