Übungsserie II

Abgabe: 9.März 2009

Aufgabe 1 [*Elektrische Feldstärke in einer Hohlkugel*]: Eine geladene Kugel mit homogener Ladungsdichte ρ und Radius R_A enthalte einen um den Vektor $\mathbf{a}$ gegen den Mittelpunkt verschobenen, kugelförmigen Hohlraum mit Radius R_I. Berechne die elektrische Feldstärke im Hohlraum ($R_I + |\mathbf{a}| < R_A$).

Hinweis: Verwende das Gauss'sche Gesetz sowie das Superpositionsprinzip zur Berechnung der elektrischen Feldstärke.

Aufgabe 2 [*Kapazitäten*]: Ein einfacher Kondensator besteht aus zwei isolierten Leitern, auf denen gleich grosse entgegengesetzte Ladungen $Q_1 = +Q$ und $Q_2 = -Q$ sitzen. Die beiden Leiter haben dann im allgemeinen unterschiedliches elektrisches Potential, und $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$ bezeichne die Potentialdifferenz. Eine charakteristische Grösse des Kondensators ist die Kapazität C, die definiert ist durch

$$C = \frac{|Q|}{|\Delta\Phi|}\,.$$

Berechne die Kapazität für die folgenden Anordnungen:

(i) zwei grosse parallele Ebenene mit Fläche A und (kleinem) Abstand d.

(ii) zwei konzentrische, leitende Kugeloberflächen mit Radien a und b ($b > a$).

(iii) zwei koaxiale, leitende Zylinderflächen der Länge L und der Radien a, b ($L \gg b > a$).

Hinweis: Benutze widerum das Gauss'sche Gesetz. Die Potentialdifferenz $\Delta\Phi$ kann man berechnen als das Linienintegral des Elektrischen Feldes von 1 nach 2.

Aufgabe 3 [*Leitende Kugel im elektrischen Feld*]: Eine leitende Kugel, auf der die Gesamtladung Q sitzt, wird in ein homogenes elektrisches Feld $\mathbf{E}^0 = E_0\mathbf{e}_3$ gebracht. Wie verändert sich das elektrische Feld durch die Anwesenheit der Kugel? Wie ist die Ladung auf der Oberfläche der Kugel verteilt?

Hinweise: Motiviere den folgenden Ansatz in Kugelkoordinaten

$$\Phi = f_0(r) + f_1(r)\cos\theta\,,$$

und löse die Poisson-Gleichung $\Delta\Phi = 0$ mit dem Laplace Operator

$$\Delta\Phi(r,\theta,\phi) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\cdot\frac{\partial^2\Phi}{\partial\phi^2}\,.$$

Benutze anschliessend die Randbedingungen, um die gesuchte Lösung zu finden:

(i) Weit weg von der Kugel soll nur das homogene Feld übrig bleiben.

(ii) Die Oberfläche der leitenden Kugel muss Äquipotentialfläche sein.

(iii) Das elektrische Feld muss das Gauss'sche Gesetz erfüllen.