Elektrodynamik
Serie 10

Aufgabe 10.1

Gegeben sei der Raum $V = \mathbb{R}^3$ gefüllt mit zwei verschiedenen nichtleitenden Medien mit der ($z = 0$) Ebene als Grenzfläche. Betrachte eine einfallende elektromagnetische Welle und die entsprechenden reflektierten und transmittierten Felder.

1. Zeige für s-polarisiertes Licht (**E**-Feld senkrecht zur Einfallsebene, d.h. parallel zur y-Achse in der Skizze auf S. 171), dass
$$1 + r = t,$$
wobei $r = \frac{E_r}{E_i}$ und $t = \frac{E_t}{E_i}$. Leite eine Beziehung der Form
$$1 - |r|^2 = d|t|^2$$
her. Finde ferner die entsprechenden Gleichungen für p-polarisiertes Licht (**B**-Feld senkrecht zur Einfallsebene ($\Rightarrow$ **E**-Feld in der xz-Ebene).

2. Betrachte eine ebene Welle die aus dem Vakuum auf ein dispersives Medium mit $n' \in \mathbb{C}$ fällt. Die Grenzfläche zwischen Vakuum und Medium sei senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Berechne die reflektierte und die transmittierte Leistung. ($T = \frac{P_t}{P_i}, R = \frac{P_r}{P_i} : R + T = ?$)

Aufgabe 10.2

Gegeben sei ein Medium im oberen Halbraum ($z > 0$). Aus dem Model mit harmonischen Oszillatoren folgt die frequenzabhängige Dielektrizitätskonstante
$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{4\pi n e^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\frac{\omega}{\tau}}.$$
Es sei ferner $\mu = 1$ angenommen.

1. Skizziere das Verhalten für den Real- und Imaginärteil von ϵ und n in Abhängigkeit von $\frac{\omega}{\omega_0}$.

2. Betrachte nun senkrecht auf das Medium einfallendes Licht (vgl. Aufgabe 10.1). Identifiziere in der Skizze die Regionen, in welchen das Licht transmittiert, absorbiert oder reflektiert wird.

Aufgabe 10.3

1. Leite anhand der Gleichungen (6.5) die Formel für die komplexe Dielektrizitätskonstante $\epsilon = \epsilon_o + \frac{4\pi i\sigma}{\omega}$ her.

2. Betrachte die Dielektrizitätskonstante $\epsilon(\omega) = 1 + \frac{4\pi N e^2}{m} \sum \frac{f_i}{\omega_i^2 - \omega^2 - i\frac{\omega}{\tau_i}}$. Diskutiere (qualitativ) die Lage der verschiedenen Pole für $\omega_i \in [0, \infty)$.

3. Die Antwortfunktion $G(\omega)$ ist durch

$$G(w) = \epsilon(w) - 1$$

definiert. Berechne $G(t)$ im Fall von ausschließlich positiven ω_i. Betrachte anschließend den metallischen Limes $\omega_i \to 0$ für ein ω_i.
Welches Problem tritt auf, wenn man zuerst den metallischen Limes und dann die Fouriertransformation durchführt? Diskutiere.