Thermodynamik
Serie 2

Aufgabe 2.1 Ideales Gas: Maxwell Relation

1. Zeige explizit für das ideale Gas, dass
$$\left.\frac{\partial T}{\partial V}\right|_S = -\left.\frac{\partial p}{\partial S}\right|_V . \tag{1}$$
Finde dazu zuerst den Ausdruck für die innere Energie $U(S,V)$ des idealen Gases als Funktion der Entropie S und des Volumens V. Bestimme des weiteren die in Glg. (1) gesuchten Grössen als Funktion der Zustandsvariablen p, V und T.

2. Aus der Vorlesung sind die Relationen
$$\begin{aligned} \mathrm{d}U &= \delta Q - \delta W, \\ \delta Q &= c_V \mathrm{d}T, \\ \delta W &= p\mathrm{d}V, \end{aligned}$$
bekannt. Daraus folgt in scheinbar trivialer Weise
$$\left.\frac{\partial U}{\partial V}\right|_T = -p ,$$
was falsch ist, wie man am Beispiel des idealen Gases sofort sieht, da dort $U = U(T)$ unabhängig von V ist. Wo steckt der Fehler?

   Finde darüber hinaus den richtigen Ausdruck für $\partial U/\partial V|_T$ im allgemeinen Fall, ausgedrückt als Funktion der Zustandsvariablen p, V und T, und zeige, dass dieser beim idealen Gas verschwindet.

Aufgabe 2.2 Zustandsgleichung magnetischer Substanzen

Ein isotropes magnetisches Material befinde sich in einer langen Spule. Darin ist das Feld $\vec{H}$ homogen und identisch mit dem Magnetfeld $\vec{B}_0$ in Abwesenheit des Materials. Die reversible Arbeit, bezogen auf ein Einheitsvolumen, ist dann gleich
$$\delta W = -H dM , \tag{2}$$
wobei M die Magnetisierung ist. Wegen der Isotropie entfällt der Vektorcharakter.

1. Welcher Zusammenhang besteht zwischen der thermischen und der kalorischen Zustandsgleichungen, $M = M(T,H)$ und $U = U(T,H)$?

2. Eine paramagnetische Substanz erfüllt das Curie-Gesetz,
$$M = k \cdot \frac{H}{T}, \tag{3}$$
mit einer Konstanten k. Zeige, dass U nur von T abhängt.

3. Bestimme die Adiabatengleichung für dieses System, falls $U = C_M T$ mit der konstanten Wärmekapazität C_M.